$A(2;1)$ $B(-3;4)$ $C(5;6)$

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

$\overrightarrow{AB}(-5;3)$ $\overrightarrow{AC}(3;5)$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-5)^2+3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$\cos \widehat{BAC} = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = \dfrac{(-5\times 3)+(3\times 5)}{\sqrt{34}\times\sqrt{34}}$

$= \dfrac{-15+15}{\sqrt{34\times 34}} = 0$

$A(2;1)$ $B(-3;4)$ $C(5;6)$

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

$$\cos \widehat{BAC} = \boxed{\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB \times AC}} = \frac{(-5\times 3)+(3\times 5)}{\sqrt{34}\times\sqrt{34}}$$

$$= \frac{-15+15}{\sqrt{34\times 34}} = 0$$

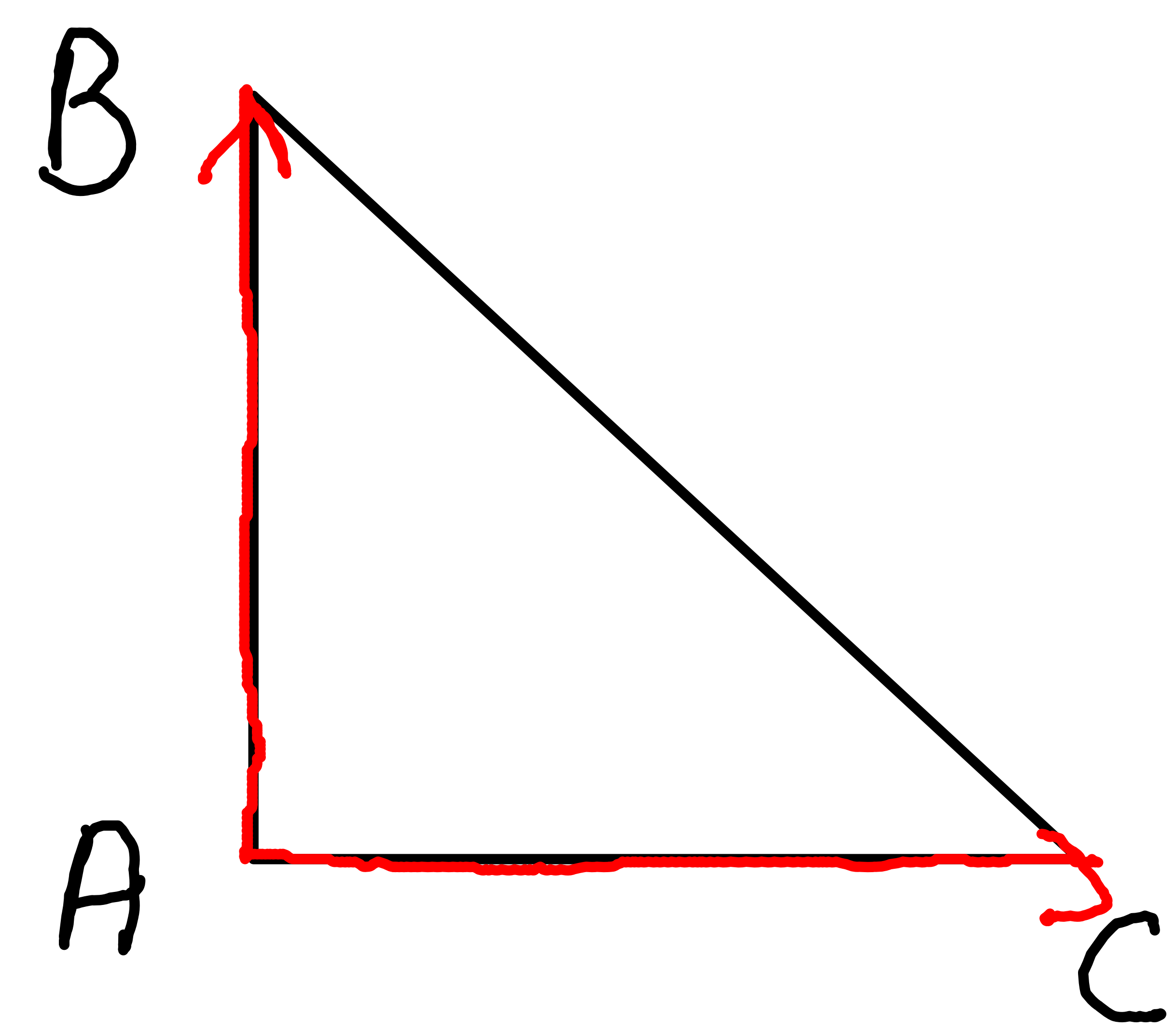
$\cos(\widehat{BAC}) = 0 \Leftrightarrow \widehat{BAC} = 90°$

Donc le triangle ABC est rectangle en A

On peut aller plus vite

Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$A(2;1)$ $B(-3;4)$ $C(5;6)$



$\overrightarrow{AB}(-5;3)$ $\overrightarrow{AC}(3;5)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -5 \times 3 + 3 \times 5 = 0$ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

donc ABC est un triangle rectangle en A

Développer et simplifier $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(2\vec{u} - \vec{v})^2 = (2\vec{u})^2 - 2 \times 2\vec{u} \cdot \vec{v} + (\vec{v})^2$$

$$= 4\vec{u}^2 - 4\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$$

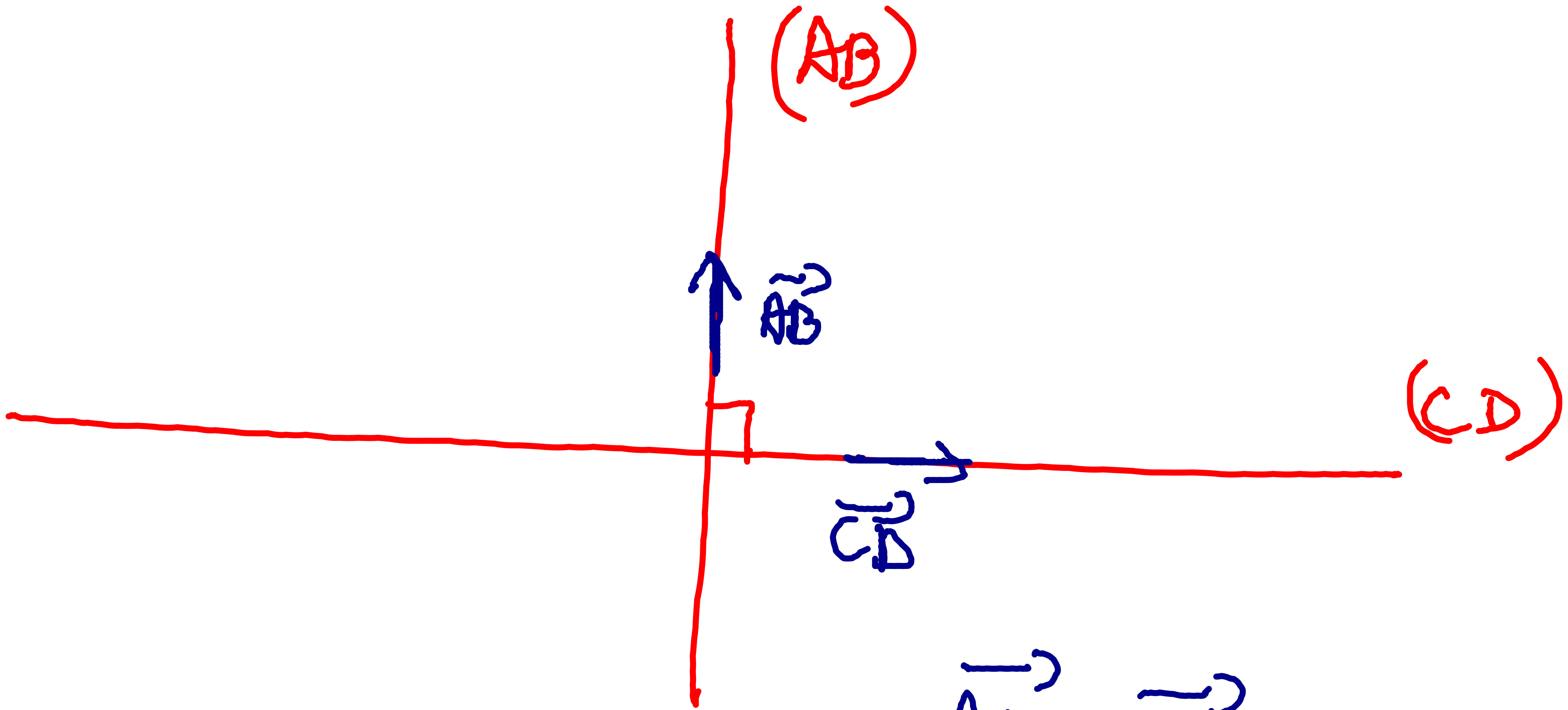
$$= 4\,\|\vec{u}\| - 4\vec{u}\cdot\vec{v} + \|\vec{v}\|$$

Déterminer le cosinus de l'angle $(\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AD})$

$\overrightarrow{AC}\,(1;1) \quad \overrightarrow{AD}\,(2;1)$

$$\frac{(1\times 2)+(1\times 1)}{\sqrt{2\times 5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$$

Montrer que 2 droites sont perpendiculaires



$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$ donc $(AB) \perp (CD)$